Fernando Soares

2. Operações Elementares

Operações aritméticas (+, -, /, ×). Operações lógicas e relacionais (and, or, not, xor, xnor, equal, not equal). Operações geométricas (translação, ampliação, rotação e shear). Reamostragem (métodos vizinho mais próximo, bilinear e bicúbico). Anti-aliasing. Estatística elementar (média, variância, mediana, moda). Noção de histograma.

Fernando Soares

Operações aritméticas

- Operações executadas *pixel-a-pixel*.

- O valor de cada pixel da imagem resultante depende apenas dos valores dos pixels correspondentes das imagens de entrada.

- As imagens envolvidas terão que ter igual número de linhas e de colunas.

- Uma das imagens pode ser apenas um valor constante (por exemplo, adição de uma “translacção radiométrica”).

Fernando Soares

Operações aritméticas

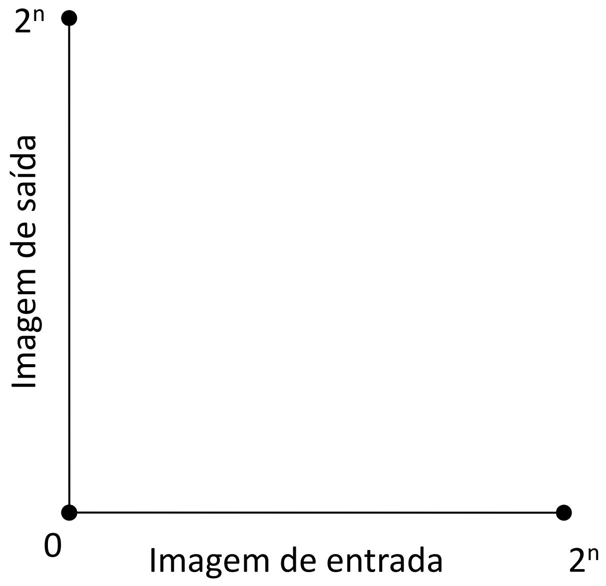
- Apesar de a aritmética entre imagens ser a mais simples forma de processamento de imagem, existe um leque vasto de aplicações. Uma das principais vantagens dos operadores aritméticos é a de o processamento ser bastante simples e, consequentemente, rápido.

- Exemplos de aplicação: Imagens tiradas do mesmo objecto em momentos diferentes, como por exemplo, a redução de ruído aleatório por adição de imagens sucessivas do mesmo objecto. Detecção de movimento por subtracção de imagens.

Operações aritméticas

- O intervalo de variação dos níveis de cinzento da imagem resultante deve ser igual ao das imagens iniciais.

- Se isto não acontecer, deve ser executada uma operação de reescalonamento.



Por exemplo, o resultado da operação entre duas imagens, com um intervalo de variação dos níveis de cinzento de 0 a 255, deve apresentar o mesmo intervalo para a variação dos seus níveis de cinzento.

Ciências ULisboa

Operações aritméticas

Adição: z(x,y) = r(x,y) + g(x,y)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- Sejam R, G e B três imagens matriciais com N linhas × M colunas: a imagem resultante será igual a (R+G+B).

- O reescalonamento da imagem está assegurado pela divisão por 3.

$$z(x,y) = \frac{r(x,y) + g(x,y) + b(x,y)}{3}$$

Operações aritméticas

Adição (exemplo): média de três imagens.

R

+

G

+

B

3

=

Z

Operações aritméticas

Subtracção: z(x,y) = r(x,y) - g(x,y)

- Sejam A e B duas imagens matriciais de 8-bits com N linhas × M colunas: a imagem resultante será igual a (A-B).

- O reescalonamento da imagem é assegurado pela seguinte operação.

$$z(x,y)=\frac{255+r(x,y)-g(x,y)}{2}$$

- A magnitude da diferença é dada por: $MAG(x,y)=abs[r(x,y)-g(x,y)]$

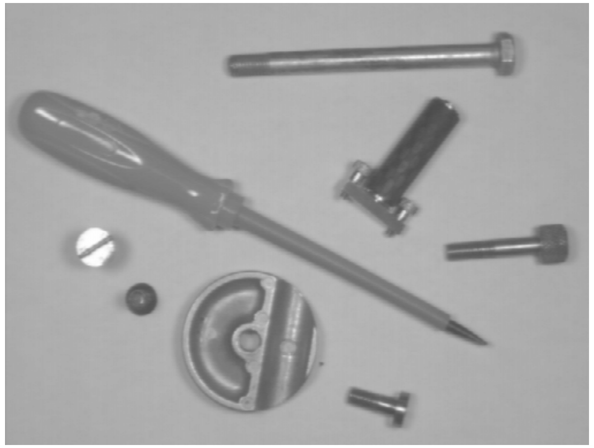
Fernando Soares

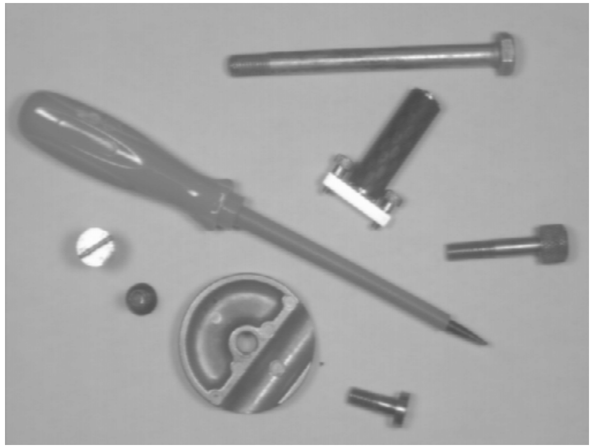
Operações aritméticas

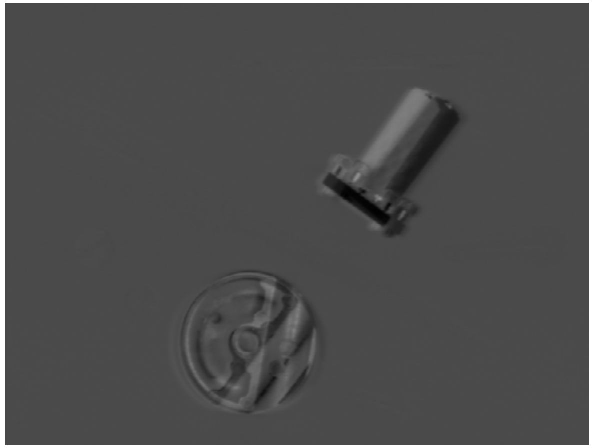
Subtracção (exemplo): detecção de alterações

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

A - B = Z







- Para duas imagens de 8-bits o valor mínimo que pode ocorrer é -255 e o valor máximo que pode ocorrer é 255.

Fernando Soares

Operações aritméticas

Multiplicação: z(x,y) = r(x,y) × g(x,y)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

- A operação de multiplicação pixel a pixel de duas imagens aplica-se geralmente quando se pretende apenas trabalhar sobre uma sub-região da imagem real. Para tal multiplica-se imagem numérica por outra binária, esta última denominada de “máscara”.

- A operação vai colocar a zero os pixels da imagem numérica onde o valor da imagem binária é igual a zero, mantendo os pixels restantes com os valores iniciais.

Operações aritméticas

Multiplicação (exemplo):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

r

×

Máscara (g)

=

Fernando Soares

Operações aritméticas

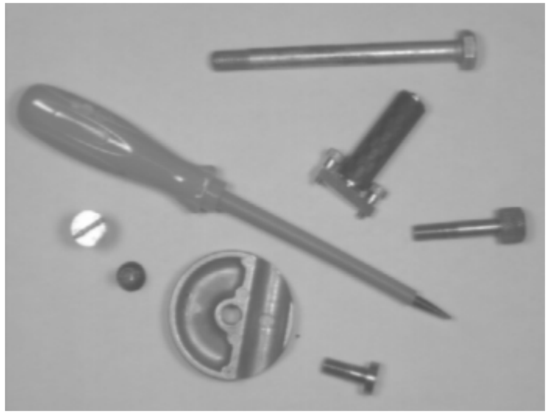
Divisão: z(x,y) = r(x,y) / g(x,y), com g(x,y)≠0

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- Sejam A e B duas imagens matriciais de 8-bits com N linhas × M colunas: a imagem resultante será igual a (A/B) realizada pixel a pixel.

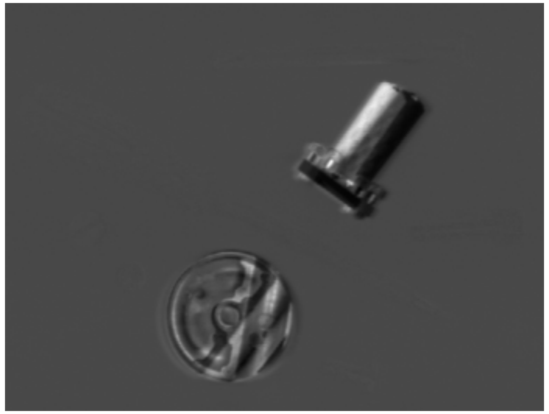
Operações aritméticas

Divisão (exemplo 1): detecção de alterações



/

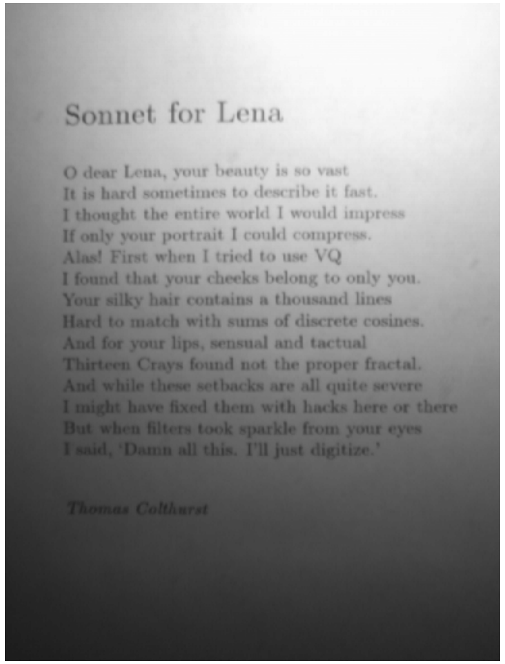
=



- <u>Alterações</u>: pixels onde não existe alteração têm valor aproximadamente igual a um; pixels onde existe alteração têm valores no intervalo [0;1[ou no intervalo]1;255].

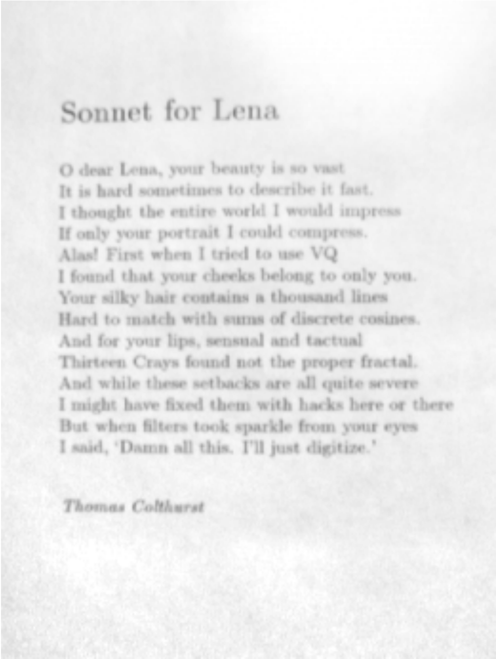
Operações aritméticas

Divisão (exemplo 2): atenuar efeitos de luz indesejáveis (variações de iluminação)



/

=



Fernando Soares

Operações aritméticas

Blending: z(x,y) = k × r(x,y) + (1-k) × g(x,y), $k \in [0;1]$

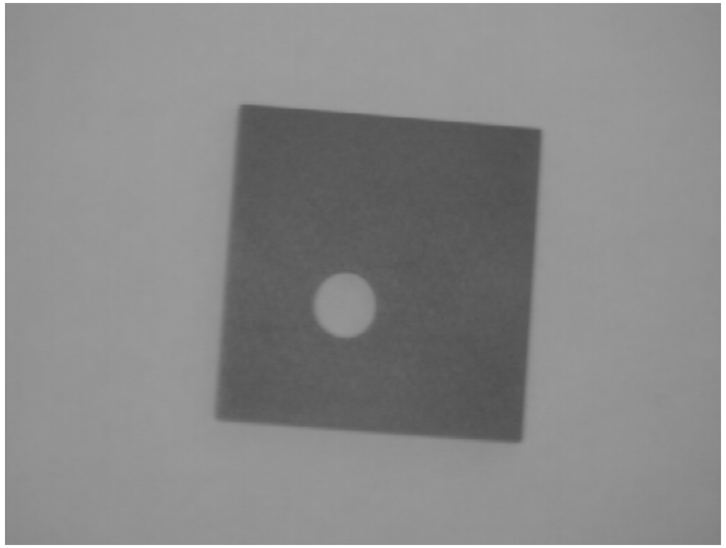
- Cria uma mistura ponderada entre duas imagens de iguais dimensões.
- Esta operação é usada em aplicações similares às da adição entre imagens, com a diferença que os valores resultantes não excedem o valor máximo da resolução radiométrica.
- O parâmetro k, que varia entre 0 e 1, corresponde a um factor de proporção que determina a influência de cada imagem de entrada no resultado.

Fernando Soares

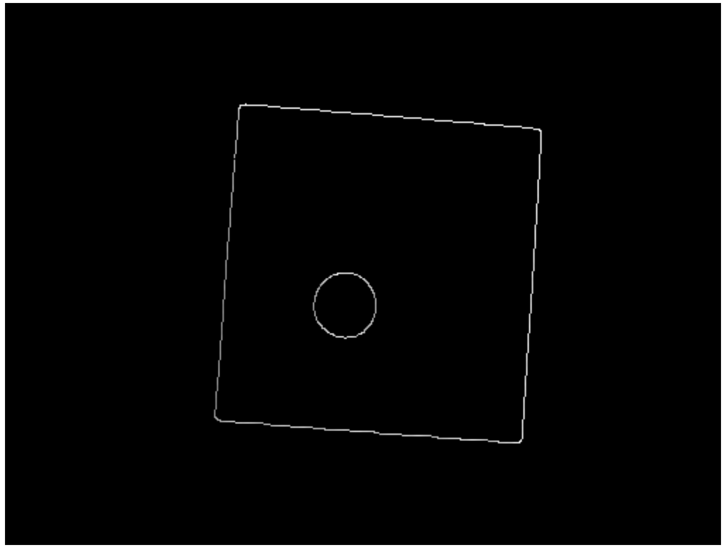
Operações aritméticas

Blending (exemplo 1):

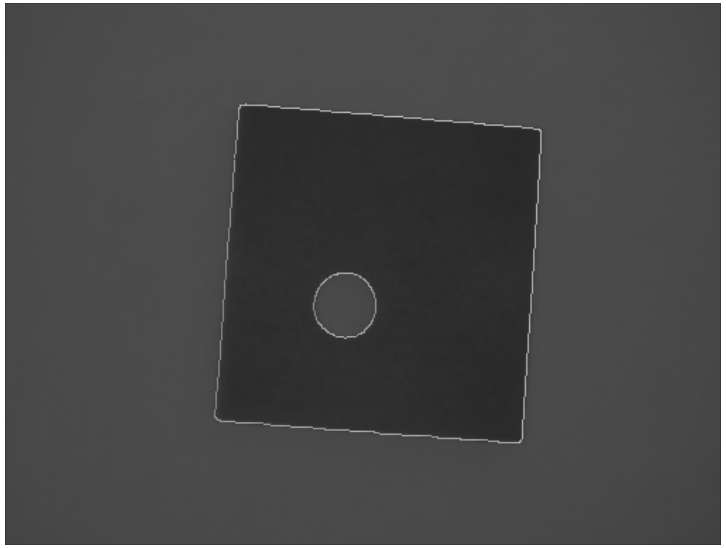
r



g



z



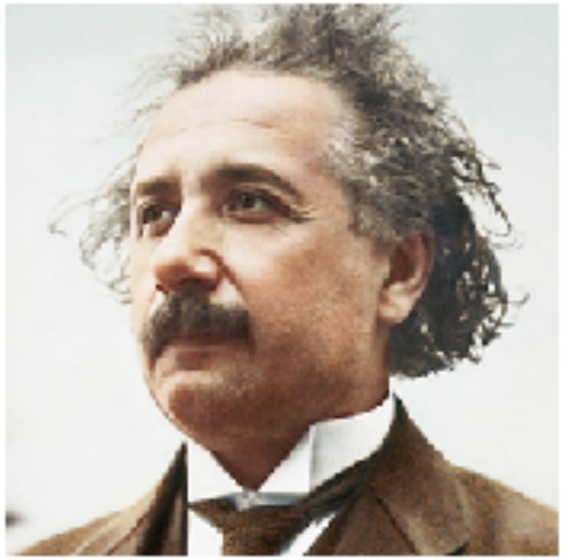
Fernando Soares

Operações aritméticas

Blending (exemplo 2):

A

B



Blending

Fernando Soares

Operações lógicas e relacionais

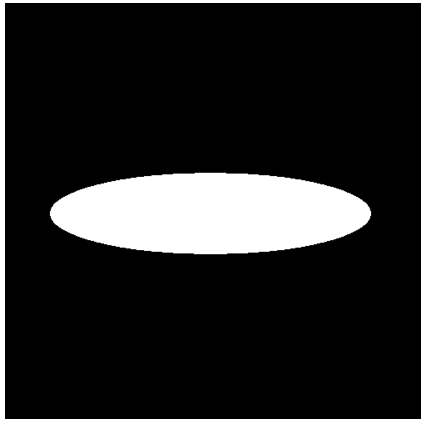
- Os operadores lógicos são frequentemente usados para combinar duas ou mais imagens (geralmente imagens binárias).

- No caso de imagens numéricas, o operador lógico é geralmente usado de forma bivalente; pode-se assim usar uma imagem binária para seleccionar uma região numa imagem numérica.

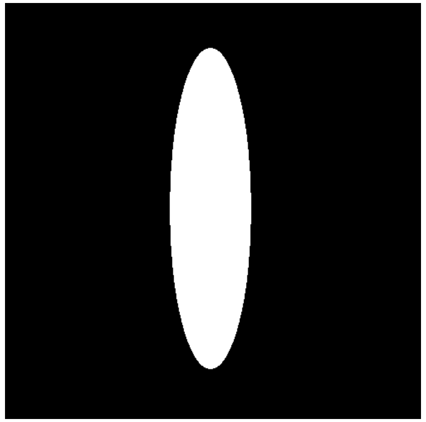
- As principais operações lógicas (aplicadas somente a imagens binárias) utilizadas no processamento de imagem são a conjunção (*AND*), a disjunção (*OR*) e o complementar (*NOT*).

Fernando Soares

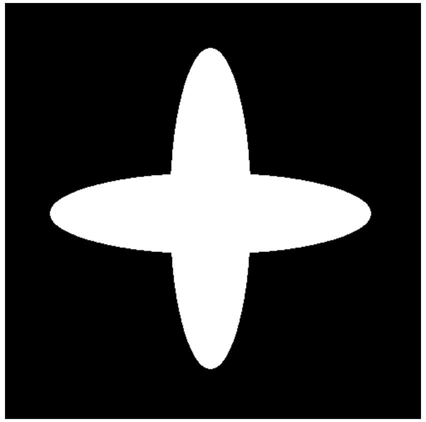
Operações lógicas e relacionais



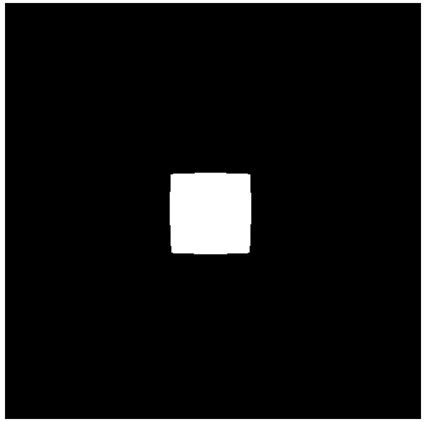
A



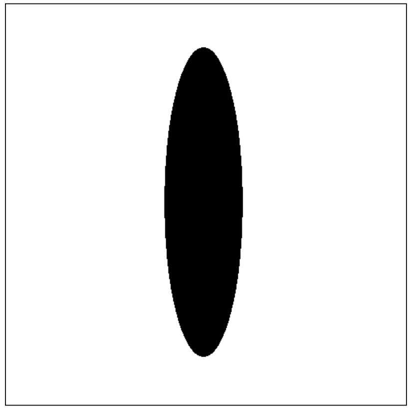
B



A *OR* B



A *AND* B

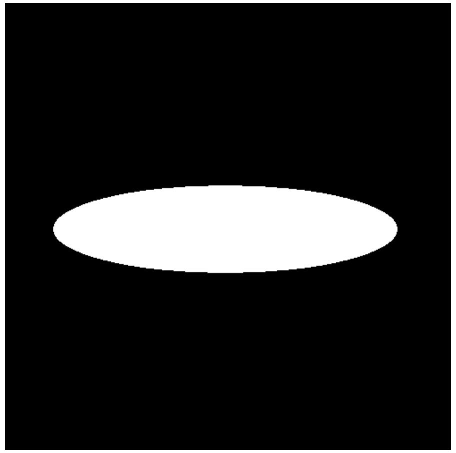


NOT B

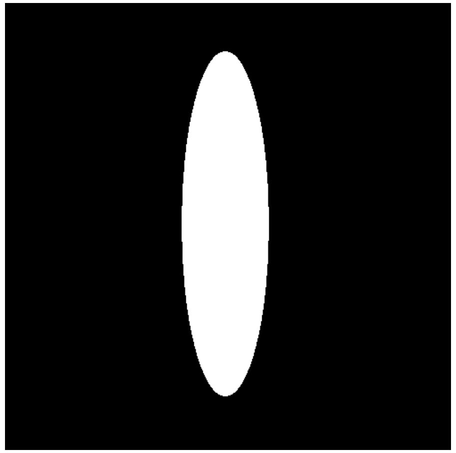
Operações lógicas e relacionais

- Podem ainda ser definidos outras operações, tais como *XOR* (*eXclusive OR*), ou ainda *XNOR*. Estas operações podem ser aplicados a duas imagens binárias, ou de intensidade.

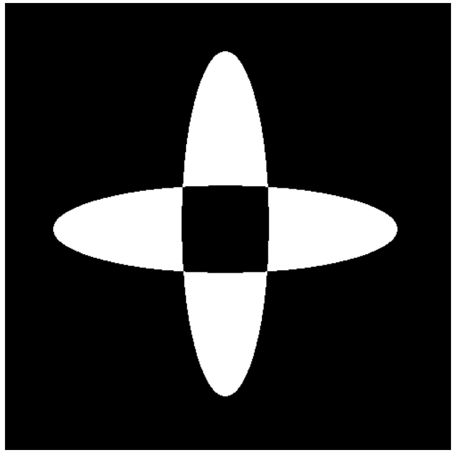
$$XOR(\mathrm{A},\mathrm{B}) = [NOT(\mathrm{A})\ AND\ \mathrm{B}]\ OR\ [NOT(\mathrm{B})\ AND\ \mathrm{A}]$$



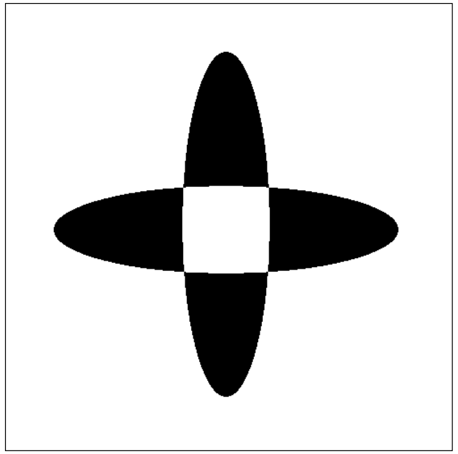
A



B



XOR(A,B)



XNOR(A,B)

Fernando Soares

Operações lógicas e relacionais

- As operações relacionais permitem comparar valores de pixels entre imagens de intensidade.

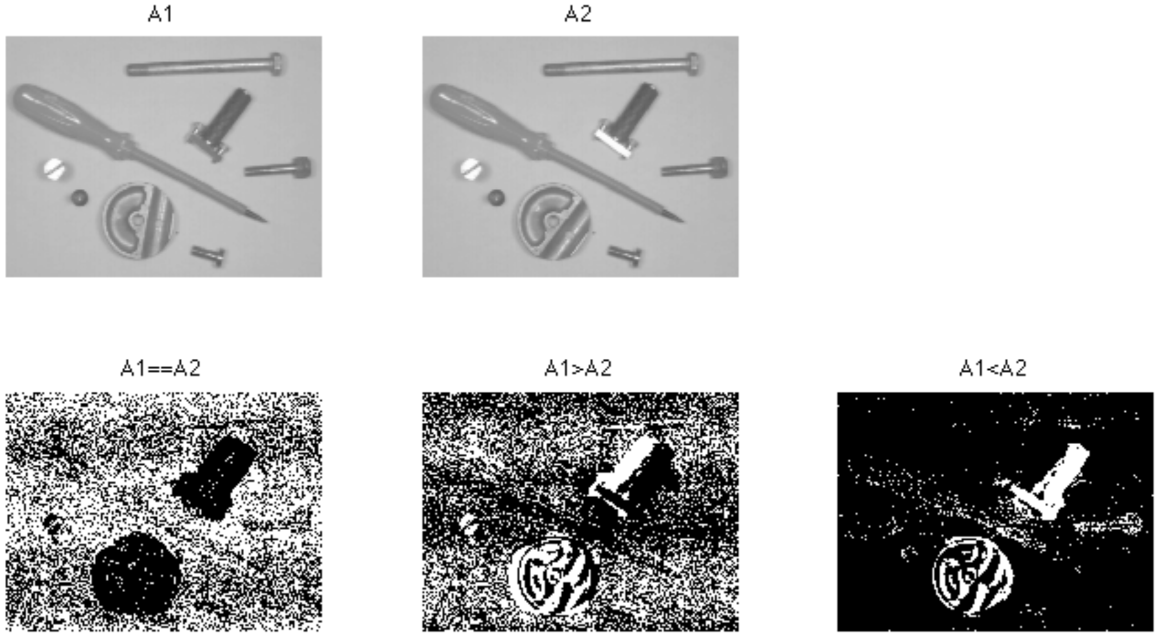
1	**1**	**1**	**1**	>	**1**	**1**	**1**	**1**	=	**0**	**0**	**0**	**0**
1	1	2	2		0	0	2	2		1	1	0	0
1	1	1	1		1	1	1	1		0	0	0	0
3	3	1	1		3	3	0	0		0	0	1	1

1	**1**	**1**	**1**	<	**1**	**1**	**1**	**1**	=	**0**	**0**	**0**	**0**
1	1	2	2		0	0	2	2		0	0	0	0
1	1	1	1		1	1	1	1		0	0	0	0
3	3	1	1		3	3	0	0		0	0	0	0

1	**1**	**1**	**1**	≥	**1**	**1**	**1**	**1**	=	**1**	**1**	**1**	**1**
1	1	2	2		0	0	2	2		1	1	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1		1	1	1	1
3	3	1	1		3	3	0	0		1	1	1	1

1	**1**	**1**	**1**	≤	**1**	**1**	**1**	**1**	=	**1**	**1**	**1**	**1**
1	1	2	2		0	0	2	2		0	0	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1		1	1	1	1
3	3	1	1		3	3	0	0		1	1	0	0

1	**1**	**1**	**1**	==	**1**	**1**	**1**	**1**	=	**1**	**1**	**1**	**1**
1	1	2	2		0	0	2	2		0	0	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1		1	1	1	1
3	3	1	1		3	3	0	0		1	1	0	0



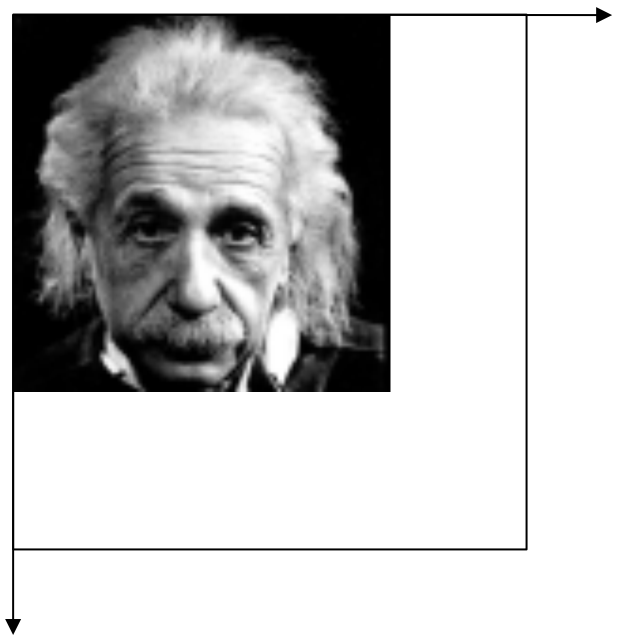
Operações geométricas

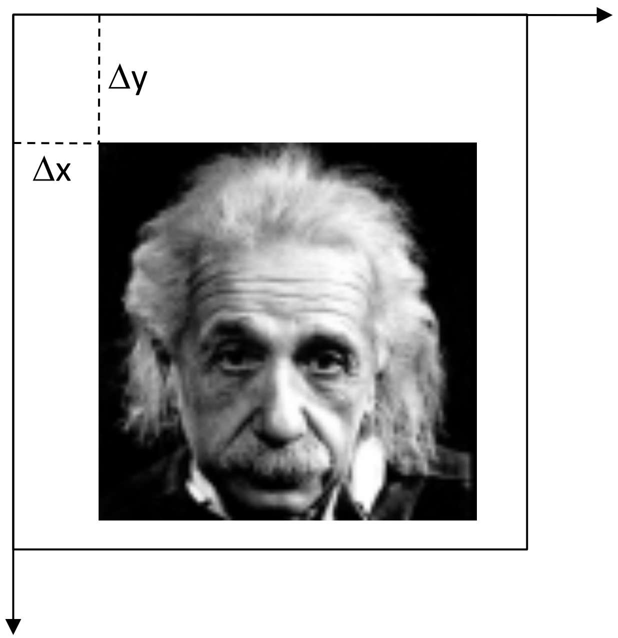
Translacção: numa translação (Δx, Δy) de uma imagem, cada pixel de coordenadas (x_1,y_1) passará a ocupar a posição (x_2,y_2), seguindo as expressões:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + \Delta x \\ y_2 = y_1 + \Delta y \end{cases}$$

ou

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

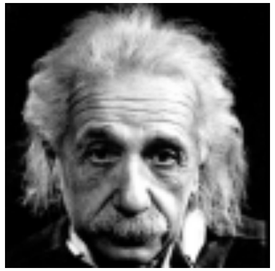




Operações geométricas

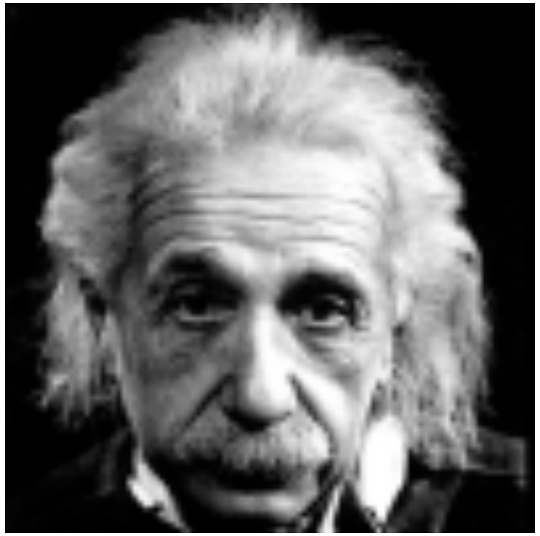
Scalling: A alteração de escala executa-se aplicando factores de escala s_x e s_y coordenadas (x_1,y_1) de cada pixel, para obter as coordenadas (x_2,y_2), pela expressão:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

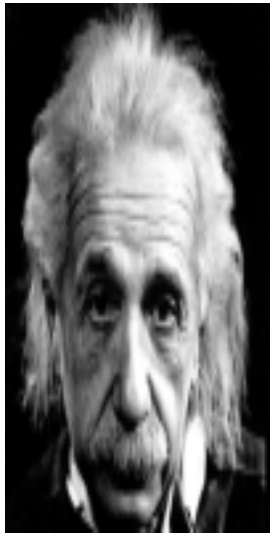


2x

2x



2x

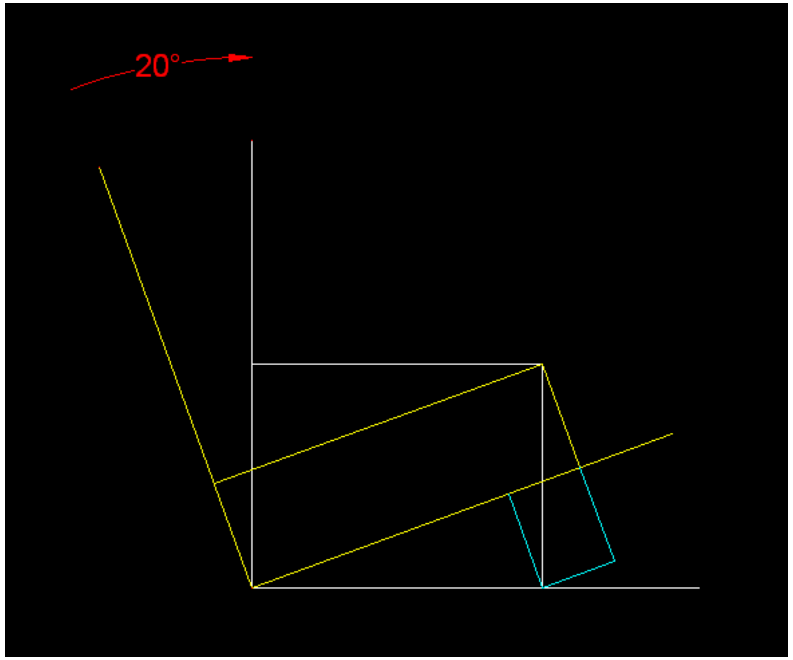


Fernando Soares

Operações geométricas

Rotação: Transformação das coordenadas (x_1,y_1) de cada pixel nas coordenadas (x_2,y_2), pela expressão:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

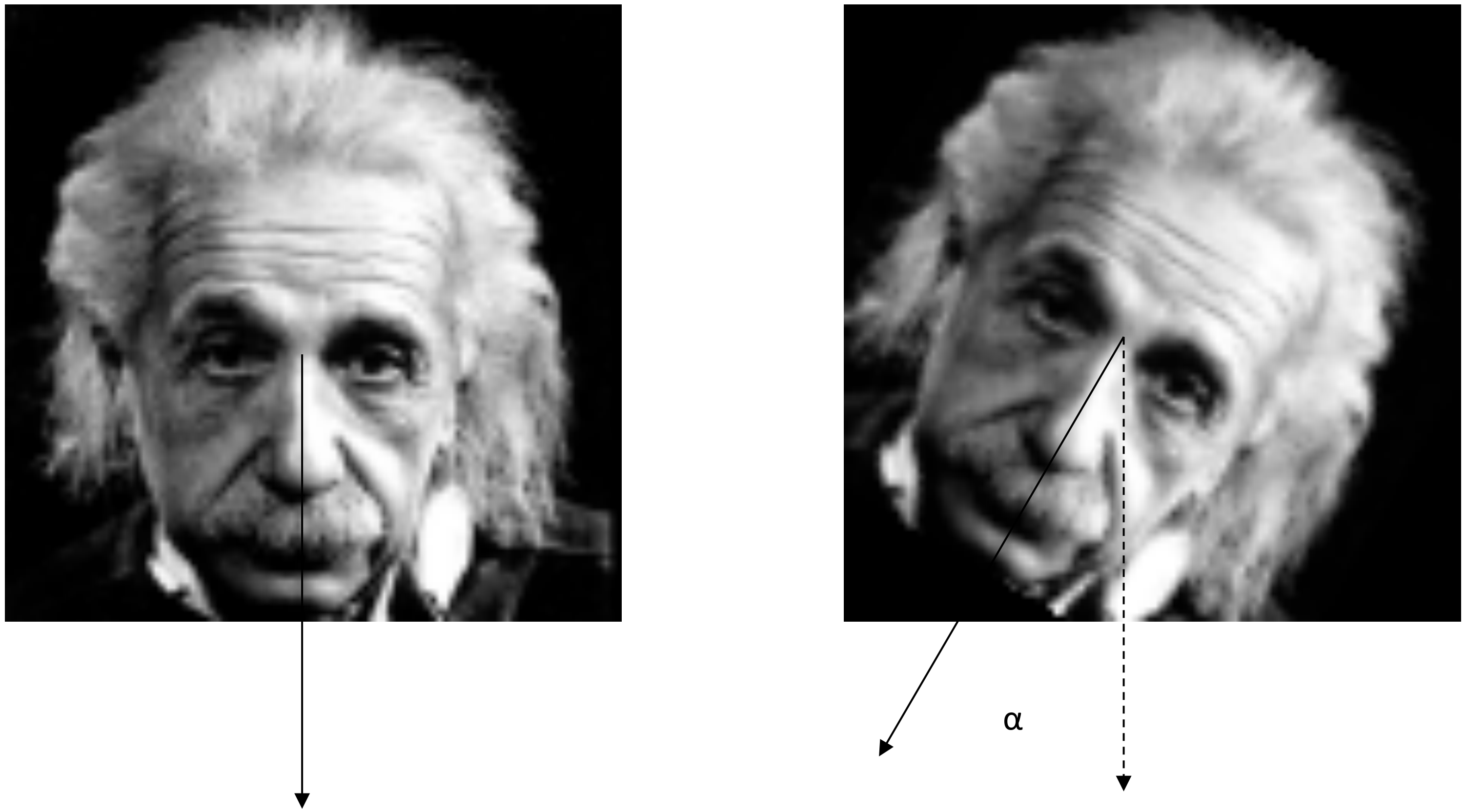


Fernando Soares

Ciências ULisboa

Operações geométricas

Rotação:



Operações geométricas

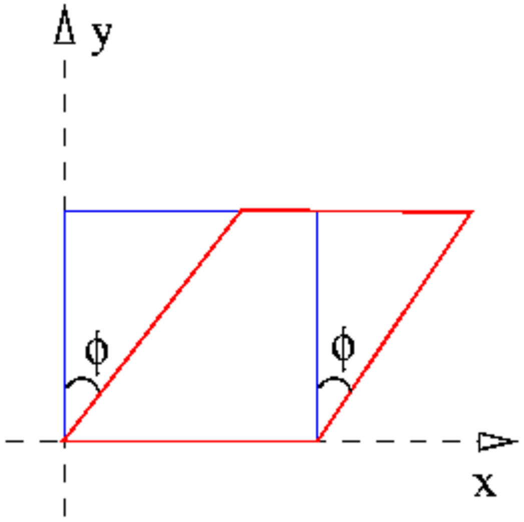
Shear: Transformação das coordenadas (x_1,y_1) de cada pixel nas coordenadas (x_2,y_2), seguindo uma das expressões consoante a direcção pretendida seja a horizontal ou a vertical:

Direcção horizontal

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & tan\emptyset \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

Direcção vertical

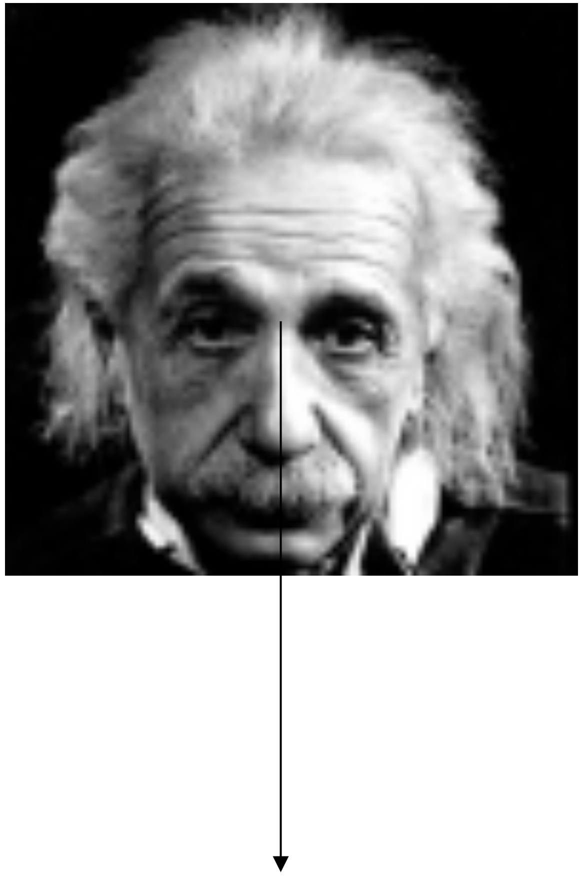
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ tan\emptyset & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

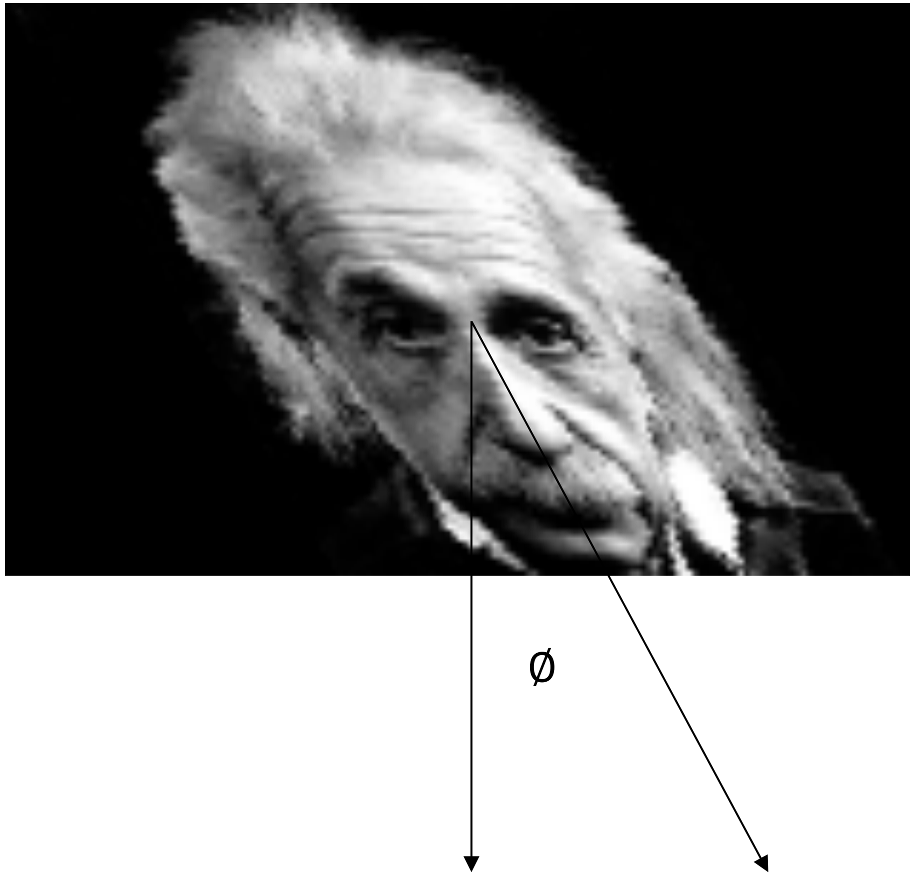


Fernando Soares

Operações geométricas

Shear:





Fernando Soares

Operações geométricas

Reflexão: Transformação das coordenadas (x_1,y_1) de cada pixel nas coordenadas (x_2,y_2), por uma das expressões (matriz com L linhas e C colunas):

Eixo de reflexão vertical

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L+1 \end{bmatrix}$$

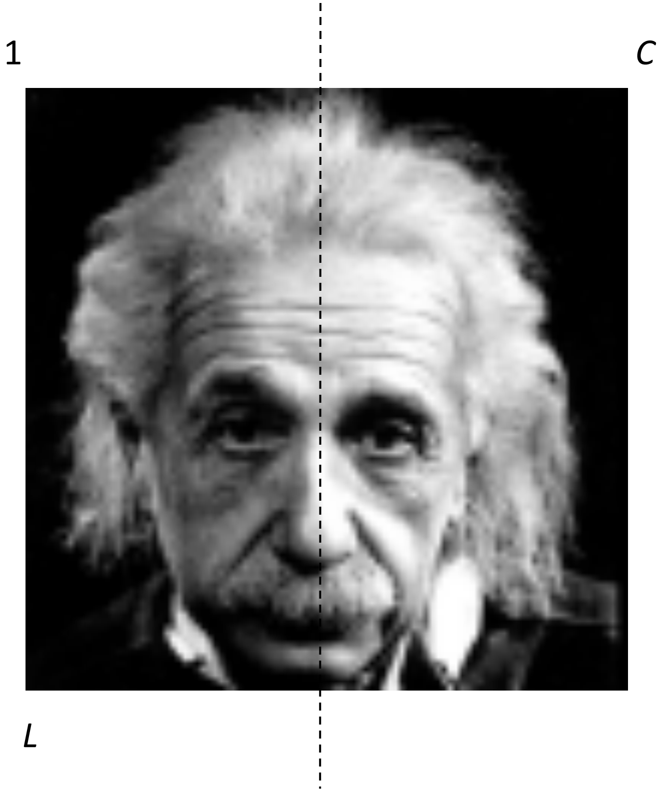
Eixo de reflexão horizontal

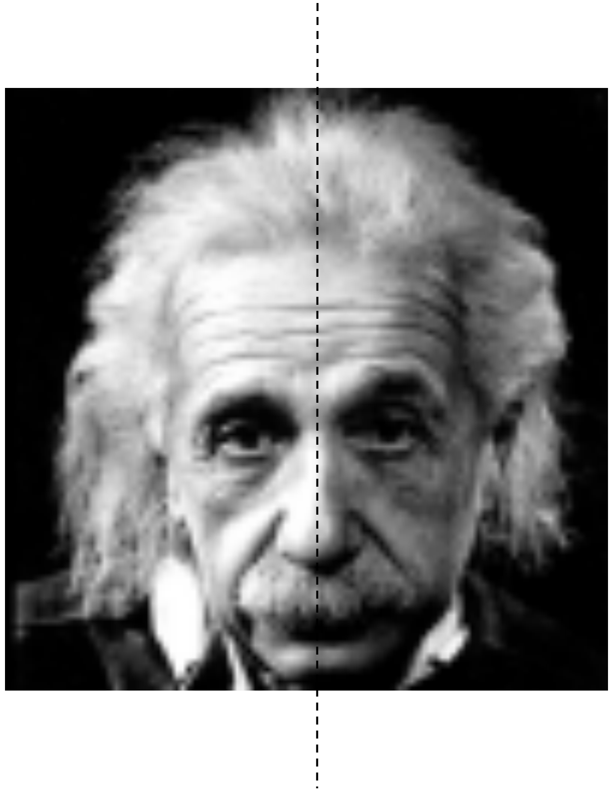
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C+1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fernando Soares

Operações geométricas

Reflexão (exemplo considerando o eixo vertical):





Fernando Soares

Operações geométricas

Transformação afim: É definida em geral como uma combinação linear das operações de translacção, rotação, *scalling* e *shear*.

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + B$$

Ciências ULisboa

Operações geométricas

Transformação afim: transformação geométrica linear que:

- Preserva a colinearidade dos pontos (pontos que pertencem a uma recta mantêm-se sobre uma recta após a transformação);
- Preserva razões entre distâncias (por exemplo o ponto médio de um segmento de recta mantêm-se como ponto médio do segmento de recta resultante).
- Não preserva necessariamente os ângulos ou comprimentos. Qualquer triângulo pode ser transformado em outro triângulo por uma transformação afim.

Operações geométricas

Transformação afim:

- Quando aplicada a uma imagem distorcida uniformemente, pode corrigir distorções perspectivas.

Fernando Soares

Reamostragem

- Sempre que há alteração das dimensões ou orientação da imagem é necessário reamostrar os pixels da imagem.

- A reamostragem do tom de cinzento pode geralmente ser efectuada de três formas: vizinho mais próximo, interpolação bilinear e interpolação bicúbica.

Fernando Soares

Reamostragem

Vizinho mais próximo (designado também por interpolação de ordem zero): o valor atribuído ao pixel calculado por aplicação das fórmulas de transformação é simplesmente o valor do pixel mais próximo.

- Este procedimento é computacionalmente simples e produz resultados aceitáveis em muitos casos.

- No caso em que a imagem original tenha uma estrutura fina onde o tom de cinzento varie significativamente de um pixel para outro podem surgir estruturas artificiais na imagem resultante.

Ciências ULisboa

Reamostragem

Interpolação Bilinear (de ordem 1): utiliza a região de 2 × 2 e produz resultados mais agradáveis do ponto de vista visual, apenas com um ligeiro aumento na complexidade e tempo de execução.

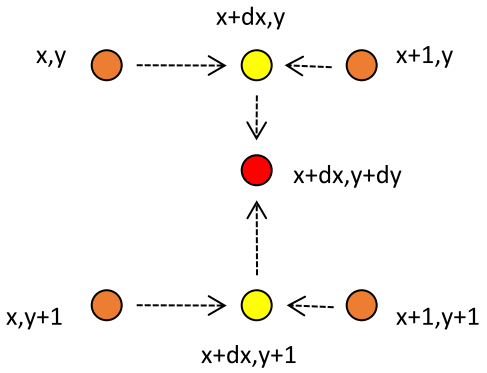
- Executa-se em dois passos: primeiro ao longo das linhas e depois ao longo das colunas.

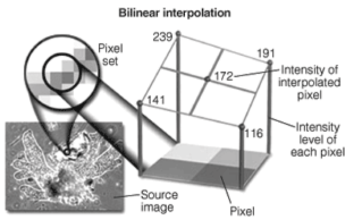
$$f(x+dx,y)=(1-dx)\times f(x,y)+dx\times f(x+1,y)$$

$$f(x+dx,y+1)=(1-dx)\times f(x,y+1)+dx\times f(x+1,y+1)$$

$$f(x+dx,y+dy)=(1-dy)\times f(x+dx,y)+dy\times f(x+dx,y+1)$$

dx e *dy* são as distâncias em *x* e em *y* entre a posição calculada e a posição conhecida do pixel localizado no canto superior esquerdo do quadrado formado pelos quatro pixels que rodeiam a posição calculada.





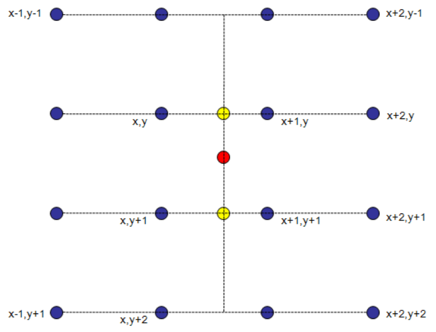
Reamostragem

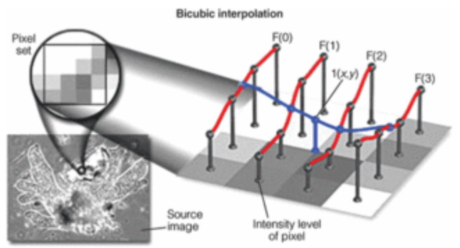
Interpolação bicúbica (de ordem dois): utiliza a região de 4 × 4 pixeis em torno da posição do pixel a calcular.

- Passa pela determinação de uma série de polinómios de grau 3 ajustados aos valores de intensidade radiométrica contidos num array de pixels (4 × 4) que envolve a posição a calcular.

$$p(x,y)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}a_{ij}x^i y^j$$

- Produz melhores resultados;
- Usa-se quando não há problemas de rapidez de cálculo.





Fernando Soares

Reamostragem

Exemplo (ampliação): considere-se uma imagem 4 × 4, e $s_x = s_y = 1.5$,

Scalling directo

	0	1	2	3
0	A	B	C	D
1	E	F	G	H
2	I	J	K	L
3	M	N	O	P

x’ = 1.5 × x $\Rightarrow$ 0 ≤ x ≤ 5
e
y’ = 1.5 × y $\Rightarrow$ 0 ≤ y ≤ 5

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow x'=0 \\ x=1 \Rightarrow x'=1 \\ x=2 \Rightarrow x'=3 \\ x=3 \Rightarrow x'=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=0 \Rightarrow y'=0 \\ y=1 \Rightarrow y'=1 \\ y=2 \Rightarrow y'=3 \\ y=3 \Rightarrow y'=4 \end{cases}$$

	0	1	2	3	4	5
0	A	B		C	D	
1	E	F		G	H	
2						
3	I	J		K	L	
4	M	N		O	P	
5						

Scalling inverso (com reamostragem)

	0	1	2	3
0	A	B	C	D
1	E	F	G	H
2	I	J	K	L
3	M	N	O	P

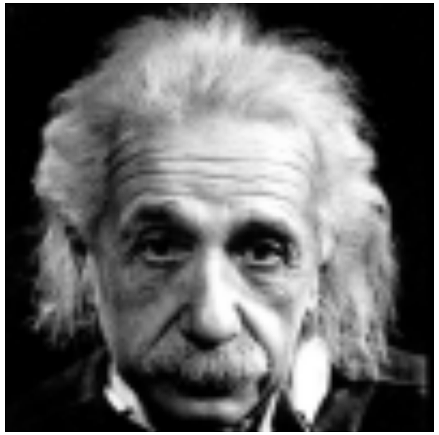
x = 0.67 × x’ $\Rightarrow$ 0 ≤ x’ ≤ 5
e
y = 0.67 × y’ $\Rightarrow$ 0 ≤ y’ ≤ 5

$$\begin{cases} x'=0 \Rightarrow x=0 \\ x'=1 \Rightarrow x=0 \\ x'=2 \Rightarrow x=1 \\ x'=3 \Rightarrow x=2 \\ x'=4 \Rightarrow x=2 \\ x'=5 \Rightarrow x=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y'=0 \Rightarrow y=0 \\ y'=1 \Rightarrow y=0 \\ y'=2 \Rightarrow y=1 \\ y'=3 \Rightarrow y=2 \\ y'=4 \Rightarrow y=2 \\ y'=5 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

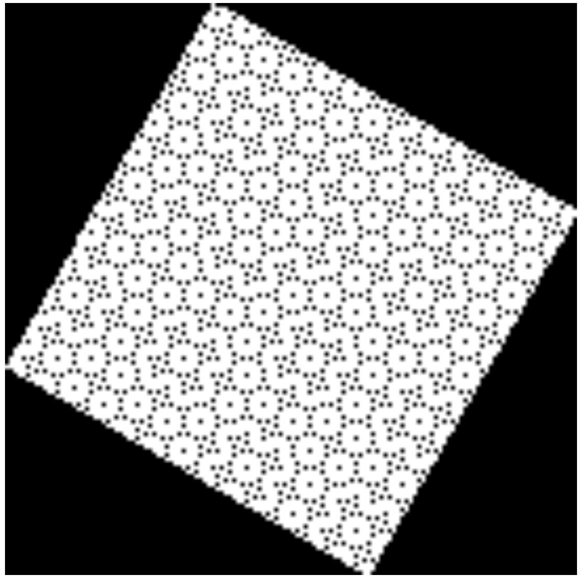
	0	1	2	3	4	5
0	A	A	B	C	C	D
1	A	A	B	C	C	D
2	E	E	F	G	G	H
3	I	I	J	K	K	L
4	I	I	J	K	K	L
5	M	M	N	O	O	P

Reamostragem

Exemplo (rotação directa): Ao aplicar a rotação de forma directa, isto é, seleccionando o pixel (x_1,y_1) e calculando as respectivas coordenadas (x_2,y_2), obtêm-se "pixels vazios" na imagem rodada devido à natureza discreta da imagem.



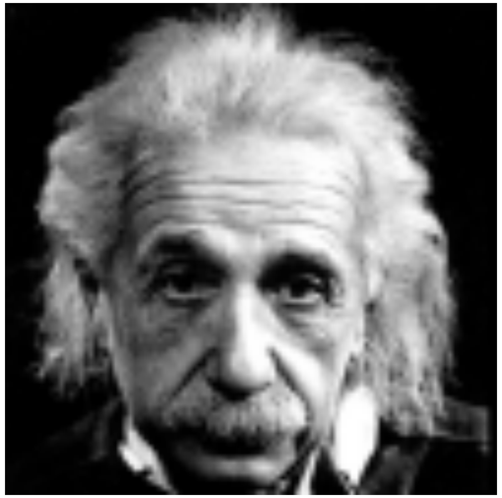
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

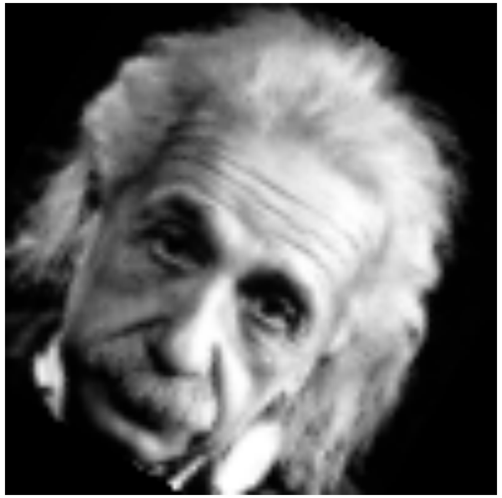


Reamostragem

Exemplo (rotação inversa com reamostragem): Para evitar o anterior problema, aplica-se rotação dita "inversa", da seguinte forma: para cada pixel (x_2,y_2) na imagem rodada, calcula-se a respectiva posição (x_1,y_1) na imagem original (não rodada), invertendo as expressões anteriores, e determina-se o valor do pixel por reamostragem:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$$





Reamostragem

- Corte de uma imagem com 512×512 pixels, reamostrada para 600×700 pixels, usando os três métodos de interpolação mencionados.

Vizinho mais próximo

Bilinear

Bicúbico

Fernando Soares

Anti-aliasing

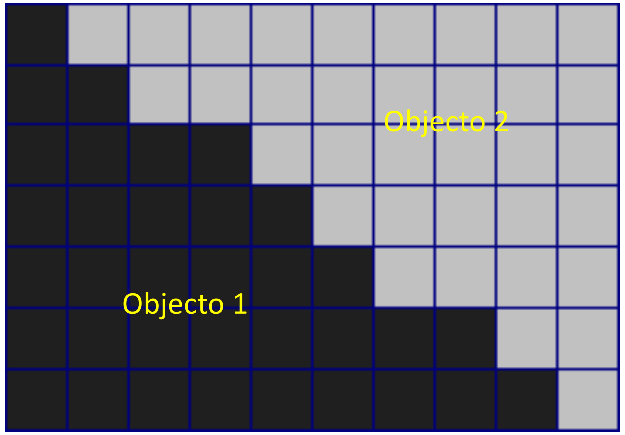
Anti-Aliasing: é um método que visa minimizar a aparência irregular de arestas diagonais.

- O processo consiste em calcular, para cada pixel intersectado pela aresta ideal, a área que se encontra preenchida pela forma.

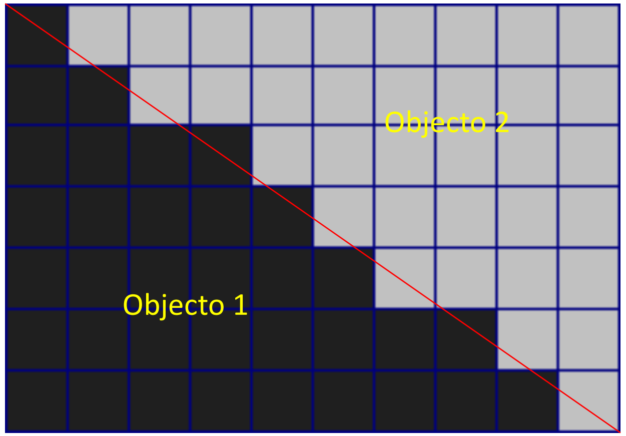
- O anti-aliasing atribui um valor de cinzento proporcional à quantidade de área que a forma ocupa no pixel.

Anti-aliasing

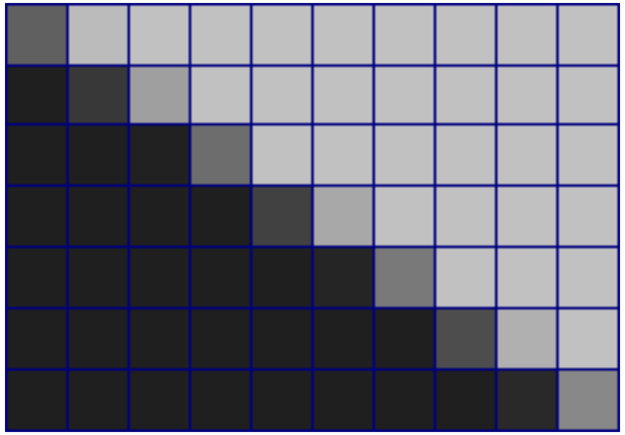
Anti-Aliasing (exemplo):



Aliasing



Aresta ideal



Anti-Aliasing

Estatística elementar

A intensidade média de uma região é definida como a média da intensidade dos pixels pertencentes a essa região.

$$m_R = \frac{\sum_n R(x,y)}{n}$$

O desvio padrão de uma região é definido como a média dos desvio dos valores dos pixels relativamente à média.

$$s_R = \sqrt{\frac{\sum_n [R(x,y) - m_R]^2}{n-1}}$$

Ciências ULisboa

Estatística elementar

- A mediana de uma região é definida como valor correspondente a 50% da frequência acumulada dos pixels da região. Para um conjunto de n dados ordenados:

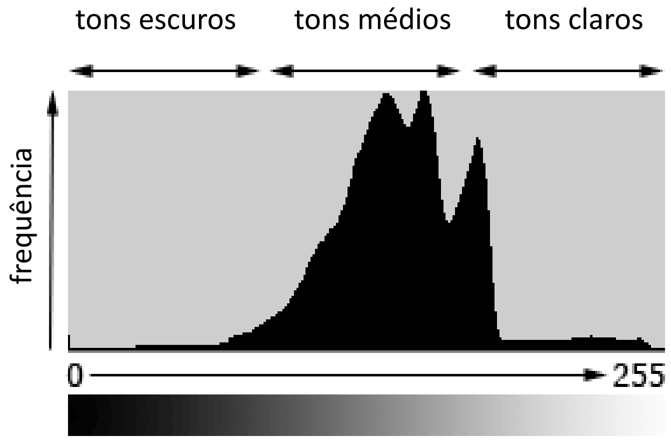
$$Med = Elem\left\langle\frac{n+1}{2}\right\rangle se\ n\ impar \qquad Med = \frac{\left(Elem\left\langle\frac{n}{2}\right\rangle + Elem\ \left\langle\frac{n+1}{2}\right\rangle\right)}{2}\ se\ n\ par$$

- A moda de uma região é definida como valor do pixel que ocorre com maior frequência dentro da região.

Noção de histograma

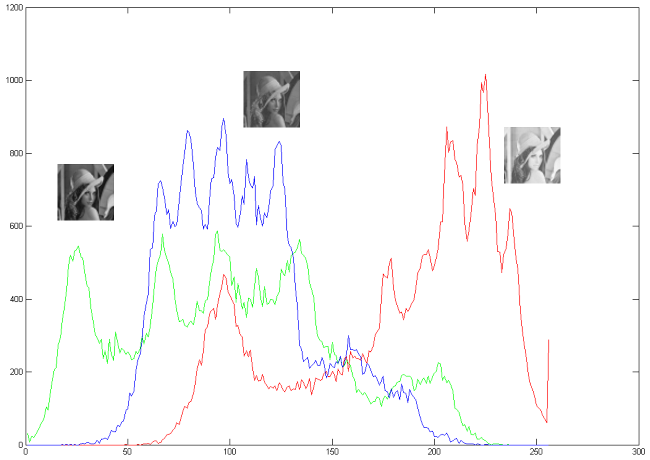
Histograma: função discreta $h(z) = m_z/(L \times C)$, onde z é um nível de cinzento pertencente ao intervalo $[0,\ldots,2^n-1]$ (n = numero de bits da imagem), m_z é o número de pixels na imagem com esse nível de cinzento e $(L \times C)$ é o número total de pixels da imagem;

- Embora a forma do histograma forneça informação útil para a análise do contraste de uma imagem, não descreve o conteúdo dessa imagem.

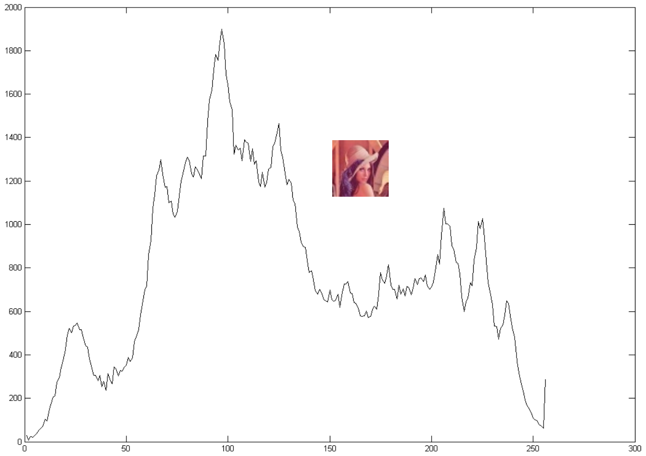


Noção de histograma

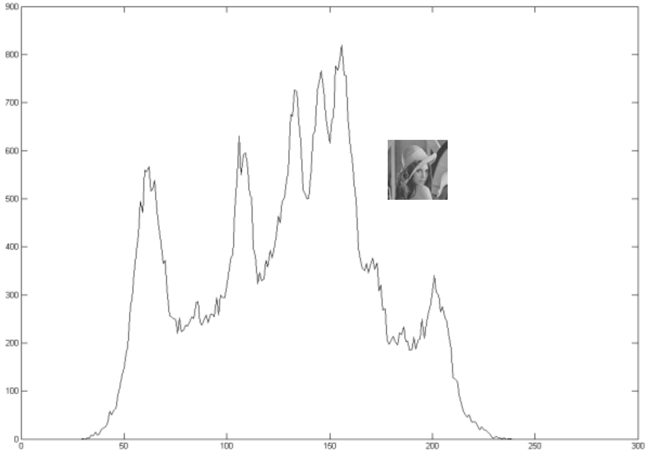
- Numa imagem RGB o <u>histograma combinado</u> determina-se pela soma dos histogramas das componentes R, G e B que compõem a imagem.



R, G e B



RGB

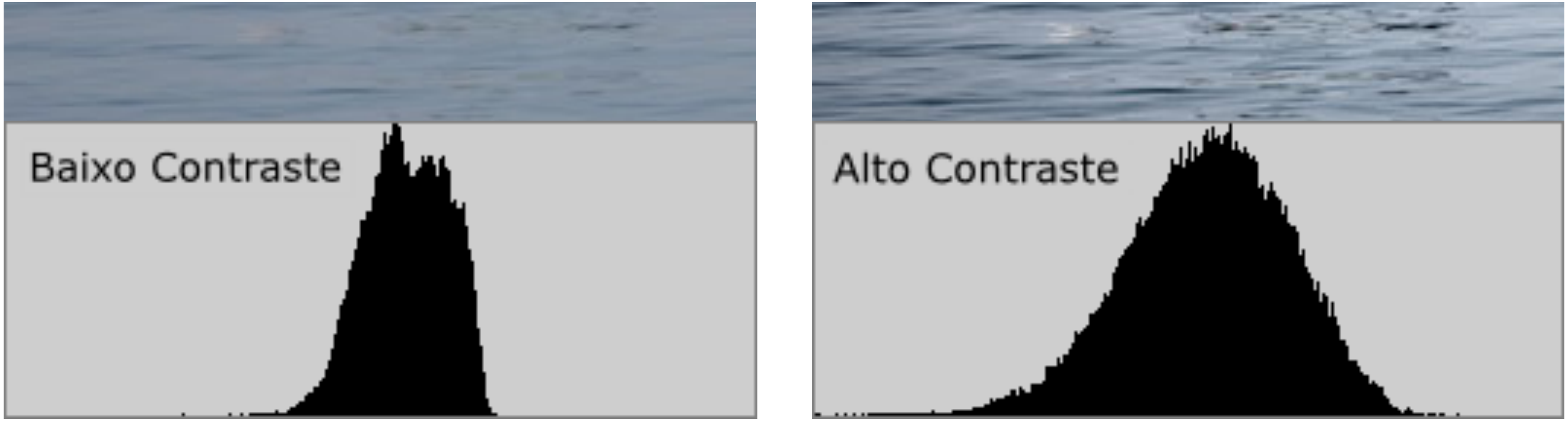


Intensidade

Fernando Soares

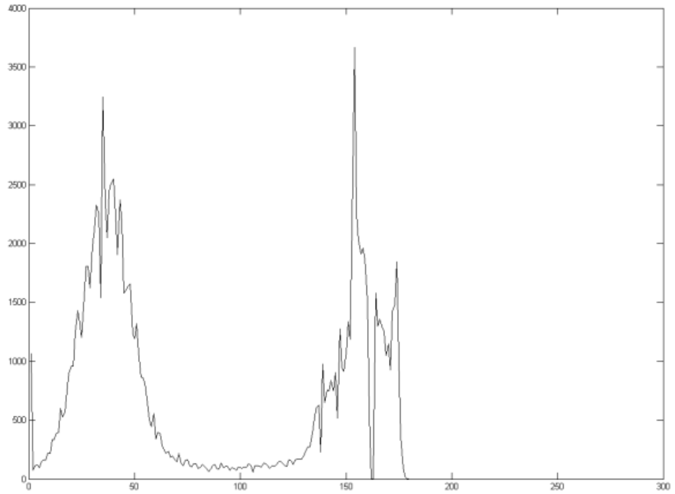
Noção de histograma

- O <u>contraste</u> pode ter um impacto visual muito grande ao enfatizar texturas, como mostrado na imagem abaixo.



Noção de histograma

- A figura mostra o histograma da imagem correspondente que, por ter dois picos, é designado por bimodal. Uma análise deste histograma permite verificar que o primeiro pico, correspondente aos valores do tom de cinzento entre 10 e 70, representa a parte emersa, enquanto que o segundo pico, cobrindo os tons de cinzento entre 130 e 178, representa a parte oceânica.

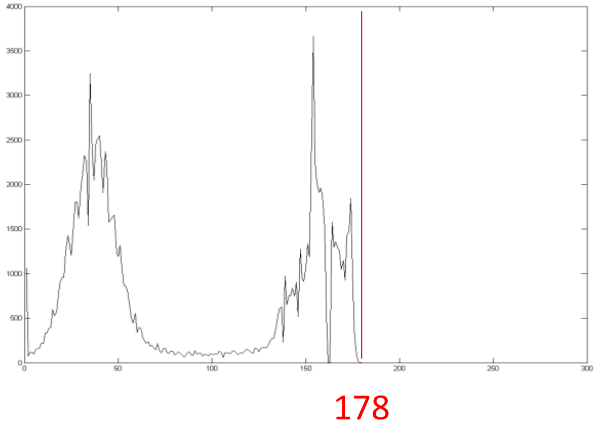


Histograma bimodal

Fernando Soares

Noção de histograma

- Como se pode verificar no histograma, a imagem original contém apenas tons de cinzento inferiores ao valor 178, o que significa que a imagem tem baixo contraste; o contraste baixo de uma imagem pode resultar de diversos factores como fraca iluminação, falta de resolução do sensor ou focagem defeituosa e nestas condições não é utilizada a totalidade do intervalo disponível dos tons de cinzento. Ocorre, portanto, optimizar a distribuição dos tons de cinzento.



Histograma bimodal